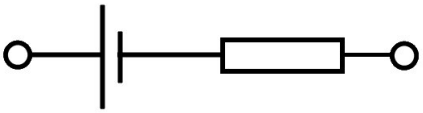
Областная олипмиада по физике 2015/2016 учебного года. 9 класс

Батарейку можно представить как идеальный источник тока, соединенный последовательно с внутренним сопротивлением. Ток короткого замыкания батарейки равен I_0=5 А. При подключении к батарейке сопротивления R=1 кОм ток через цепь равен I=1 А. Найдите внутреннее сопротивление батарейки.



Решение

Пусть напряжение батарейки U_0 и врутреннее сопротивление R_0. Тогда по закону Ома ток короткого замыкания

$$I_0 = \frac{U_0}{R_0}. \tag{1}$$

При подключении к батарейке сопротивления R (последовательно с её внутренним сопротивлением) ток составит

$$I = \frac{U_0}{R_0 + R}. \tag{2}$$

Деля друг на друга уравнения (1) и (2), получаем

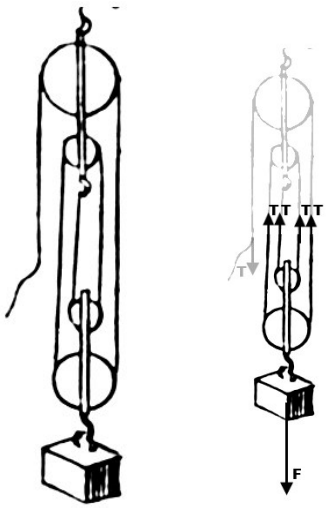
$$\frac{I_0}{I} = \frac{R_0 + R}{R_0} = 1 + \frac{R}{R_0}. \tag{3}$$

Наконец, из уравнения (3) находим внутреннее сопротивление

$$R_0 = \frac{R}{\frac{I_0}{I} - 1} = 250 \text{ Ом}. \tag{4}$$

Задача 2

В «Cyclopaedia» (1728), одной из первых в истории энциклопедий, приведён чертёж системы блоков, показанный на рисунке 2. Если вес груза P, а блоки невесомы, то с какой силой нужно тянуть за конец троса, чтобы блоки удерживались в равновесии?



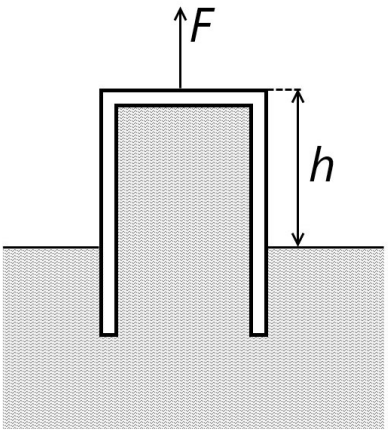
Решение

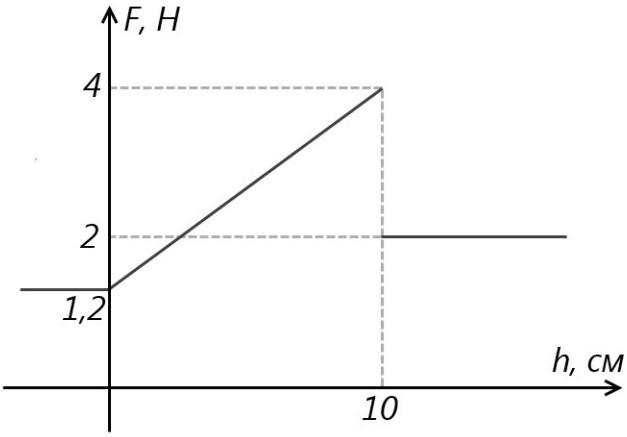
Пусть сила натяжения троса T. Рассмотрим систему, сотоящую из двух нижних блоков и груза. На эту систему вверх действует сила $4T$ со стороны троса, а вниз - сила тяжести P. Чтобы система находилась в равновесии, эти силы должны компенсировать друг друга, откуда находим $T = P/4$.

В действительности сила должна быть несколько больше, так как трос не идеально вертикален.

Задача 3

Цилиндрический стеклянный стакан вверх ногами за ниточку подвесили к динамометру и вытягивают из воды (см. рис. 3). Найдите силу F, измеряемую динамометром, как функцию высоты h донышка стакана над поверхностью воды. Масса пустого стакана m, высота H, вместимость V, плотность стекла ρ. Постройте график $F(h)$ для m=200 г, V=200 мл, H=10 см, ρ=2500 кг/м^3.





Решение

Рассмотрим отдельно три участка.

1. Стакан полностью под водой, $h < 0$. На него вниз действует сила тяжести $F_{\text{В}} = mg$, а вверх сила F и сила Архимеда $F_{\text{А}} = \rho_{\text{В}} g V_{\text{С}}$, где $\rho_{\text{В}}$ - плотность воды, а $V_{\text{С}} = m/\rho$ - объём стекла, из которого сделан стакан. Эти три силы должны компенсировать друг друга, $F_{\text{В}} = F + F_{\text{А}}$. Отсюда находим:

$$F = mg\left(1 - \frac{\rho_{\text{В}}}{\rho}\right) = 1.2\,\text{Н} \tag{5}$$

2. Стакан частично вынут из воды, $0 < h < H$. Атмосферное давление не выпустит воду из стакана, и эта вода создаст внутри стакана давление, меньшее атмосферного. Чтобы преодолеть это давление, придётся развивать большую силу F. Найти F проще всего следующим образом. Заменим стекло стакана тем же объёмом воды. Внешний объём стакана равен сумме вместимости стакана и объёма стекла, $V + V_{\text{С}}$. Когда донышко стакана поднято на высоту h, над водой выступает объём $\frac{h}{H}(V + V_{\text{С}})$. Чтобы удерживать его вес, нужно прикладывать силу $F_1 = \rho_{\text{В}} g \frac{h}{H}(V + V_{\text{С}})$. Теперь заменим воду в объёме $V_{\text{С}}$ на стекло. При этом добавится сила тяжести стекла за вычетом силы Архимеда, $F_2 = mg\left(1 - \frac{\rho_{\text{В}}}{\rho}\right)$ (аналогично предыдущему случаю). Общая сила, которую нужно прикладывать, равна сумме F_1 и F_2,

$$F = \rho_{\text{В}} g \frac{h}{H}\left(V + \frac{m}{\rho}\right) + mg\left(1 - \frac{\rho_{\text{В}}}{\rho}\right) \tag{6}$$

Это линейная зависимость, которая начинается со значения 1.2 Н при h=0 и растёт до значения $F_{\max} = \rho_{\text{В}} g V + mg = 4$ Н при $h = H$.

3. Стакан полностью вынут из воды, $h > H$. Вода выливается из стакана, и теперь F должна компенсировать только силу тяжести стакана,

$$F = mg = 2\,\text{Н} \tag{7}$$

Объединяя формулы для всех трёх участков, получаем график, представленный на рисунке.

Задача 4

После того, как два одинаковых металлических шарика привели в соприкосновение и разнесли на прежнее расстояние, сила электростатического взаимодействия между ними увеличилась по модулю в k=25/24 раза. Одноимёнными или разноимёнными были первоначальные заряды на шариках? Во сколько раз они отличались по модулю?

Решение

Пусть заряд одного шарика равен q, а второго aq. Тогда сила их взаимодействия равна

$$F_1 = \frac{Kq \cdot aq}{r^2}, \tag{8}$$

где r - расстояние между зарядами, а $K = 10^9$ Н·м^2/Кл^2.

После того, как шарики приведут в контакт и разнесут на прежнее расстояние, их заряды станут равны $q(a+1)/2$, а сила взаимодействия между шариками станет равна

$$F_2 = \frac{K(q(a+1)/2)^2}{r^2}. \tag{9}$$

Отношение этих двух сил равно

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{(a+1)^2}{4a}. \tag{10}$$

Это отношение должно быть равно либо $+k$ (если первоначально заряды были одноимённы), либо $-k$ (если заряды были разноимённы). В первом случае находим

$$\frac{(a+1)^2}{4a} = k \Rightarrow a^2 - 2(2k-1)a + 1 = 0 \Rightarrow a = 2k - 1 \pm \sqrt{(2k-1)^2 - 1}. \tag{11}$$

После подстановки чисел получаются два ответа, 2/3 и 3/2, которые соответствуют одному

и тому же отношения большего по модулю заряда к меньшему. В случае, если отношение сил равно $-k$, получаем

$$\frac{(a+1)^2}{4a} = -k \Rightarrow a^2 + 2(2k+1)a + 1 = 0 \Rightarrow a = -(2k+1) \pm \sqrt{(2k+1)^2 - 1}. \tag{12}$$

После подстановки чисел снова получаются два эквивалентных ответа, -6 и -1/6.

Ответ: либо заряды одноимённые и отличаются в 3/2 раза, либо разноимённые, и отличаются по модулю в 6 раз.

Задача 5

При кипячении молока на его поверхности образуется паронепроницаемая пленка, из-за которой молоко и сбегает. В кастрюле объёмом 5 л кипятят 2 л молока. Пренебрегая теплопотерями, оцените время, через которое убежит молоко, если известно, что за 10 минут молоко нагрелось от 40°C до 100°C. Считать, что у молока, как и у воды, плотность примерно 1000 кг/м^3 теплоёмкость 4200 Дж/(кг·°C), удельная теплота парообразования 2,3·10^6 Дж/кг, а пена, в основном, состоит из водяного пара, плотность которого при атмосферном давлении 0,6 кг/м^3.

Решение

Мощность нагревателя $P = c\rho_{\text{М}}V_{\text{М}}(T_2 - T_1)/t_0$, где c - теплоёмкость молока, $\rho_{\text{М}}$ - его плотность, $V_{\text{М}}$ - объём, и оно нагрелось от температуры T_1 до температуры T_2 за время t_0. Чтобы молоко сбежало, должен образоваться объём пены $V_{\text{К}} - V_{\text{М}}$, где $V_{\text{К}}$ - объём кастрюли. Тогда масса пены будет равна $(V_{\text{К}} - V_{\text{М}})\rho_{\text{В}}$. Такая же масса воды должна испариться из молока, на что потребуется энергия $Q = (V_{\text{К}} - V_{\text{М}})\rho_{\text{В}}L$, где L - удельная теплота парообразования воды. Такая энергия выделится нагревателем за время

$$t = \frac{Q}{P} = \frac{t_0(V_{\text{К}} - V_{\text{М}})\rho_{\text{В}}L}{c\rho_{\text{М}}V_{\text{М}}(T_2 - T_1)} = 4.9\,\text{с}. \tag{13}$$